Von

Anweisungen

zu

Funktionen

Arbeitsbuch für Schülerinnen und Schüler

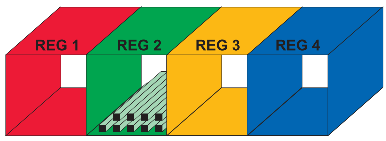
Elmar Cohors-Fresenborg
Christa Kaune

Schriftenreihe des Forschungsinstituts für Mathematikdidaktik Nr. 41
3. überarbeitete Auflage, Osnabrück 2012

Kapitel 2: Darstellung der Wirkungsweise von Befehlsketten und Netzen

2.1 Einfache Darstellungen der Wirkungsweise von Befehlsketten

Bislang haben wir einige einfache mathematische Probleme, z.B. das Addieren natürlicher Zahlen, genau untersucht und jeweils ein allgemeines Verfahren zu ihrer Lösung entwickelt. In diesem Kapitel wollen wir nachdenken, wie wir uns in Zukunft Schreibarbeit bei der Darstellung der Wirkungsweise von Befehlsketten und Netzen ersparen können.
Ganz zu Beginn hatten wir Protokolle eingeführt, um die Arbeit von Robbi an der Registerkiste zu beschreiben. Jede Zeile des Protokolls hatte ein Bild von einer Registerkiste ersetzt. Wir wollen uns in Zukunft die Arbeit noch weiter vereinfachen. Anstatt folgendes Bild zu zeichnen:



haben wir im Protokoll geschrieben:

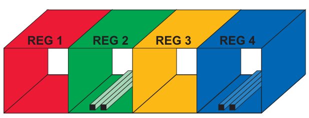
<table>
<tr><th>R_1</th><th>R_2</th><th>R_3</th><th>R_4</th></tr>
<tr><td></td><td>|||||||||</td><td></td><td></td></tr>
</table>

In Zukunft schreiben wir:

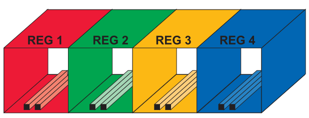
$$(0 , 9 , 0 , 0)$$

Neben der Sprechweise „Register 1 ist leer und im Register 2 liegen 9 Stäbchen“ können wir auch sagen „Im Register 1 liegen 0 Stäbchen und im Register 2 liegen 9 Stäbchen“. In Zukunft benutzen wir auch „Register 1 ist leer und im Register 2 steht die Zahl 9“ oder auch „Im Register 1 steht die Zahl 0 und im Register 2 steht die Zahl 9“.

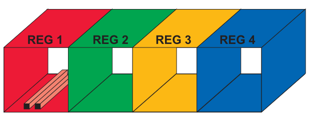
★ **Aufgabe 2.1** Schreibe neben die Bilder der Registerkisten die neue Darstellung.



____



____



____

Mareike hat einen anderen Vorschlag: $(2,3,7) \xrightarrow{({}_1S_1A_2)} (0,3+2,7)$.
Und Oli schlägt $(2,3,7) \xrightarrow{({}_1S_1A_2)} (0,3+2,7)$ vor.
Vergleiche die Vorschläge von Martin, Mareike und Oli. Welcher Vorschlag eignet sich deiner Meinung nach am Besten? Begründe deine Antwort.

Wir haben beim Arbeiten an der Registerkiste dafür gesorgt, dass im roten Fach nur rote Stäbchen und im grünen Fach nur grüne Stäbchen liegen. Dem entspricht der Vorschlag von Mareike. Dies macht eine Erkennung des Rechenweges nicht möglich. Deshalb wollen wir nun in den Tupeln den Rechenweg mit Olis Vorschlag erkennbar machen. Wenn wir aber an der Kiste arbeiten, bleibt es bei der alten Verabredung.

Vera fragt sich, ob man die Arbeit von Robbi auch aufschreiben kann, wenn man nicht weiß, mit welcher Anzahl von Stäbchen er arbeitet, weil wir nicht hinter den Vorhang blicken können. Sie macht einen Vorschlag für eine Rechnung, bei der in den ersten drei Registern Zahlen stehen und am Ende der Rechnung im dritten Register die Summe der drei Zahlen steht und die ersten beiden Register leer sind, wie in der Aufgabe 2.7b:

$$(Zahl, Zahl, Zahl) \xrightarrow{({}_1S_1A_2)} (0, Zahl + Zahl, Zahl) \xrightarrow{({}_2S_2A_3)} (0, 0, Zahl + Zahl + Zahl)$$

Stell dir vor, du machst für einen Klassenkameraden, der den Unterricht versäumt hat, eine Schwarz-Weiß-Kopie dieser Seite.

★ **Aufgabe 2.9** Denke dir eine Darstellung aus, die auch bei einer Schwarz-Weiß-Kopie funktioniert.

★ **Aufgabe 2.10** Lisa hat sich folgende Darstellungen ausgedacht, sie weiß nur nicht, welche von den beiden ihr selber am besten gefällt.

Vorschlag 1: $(?,?,?) \xrightarrow{({}_1S_1A_2)} (0, ?+?, ?) \xrightarrow{({}_2S_2A_3)} (0, 0, ?+?+?)$

Vorschlag 2: $(e,z,d) \xrightarrow{({}_1S_1A_2)} (0, z+e, d) \xrightarrow{({}_2S_2A_3)} (0, 0, d+z+e)$

Bewerte ihre Vorschläge.

Zu Vorschlag 1: ____________________

Zu Vorschlag 2:

★ **Aufgabe 2.11** a) Lena schlägt Lisa vor, bei den Fragezeichen jeweils die Farbe zu vermerken.

$$(?, ?, ?) \xrightarrow{({}_1S_1A_2)} (0, ? + ?, ?) \xrightarrow{({}_2S_2A_3)} (0, 0, ? + ? + ?)$$

Vervollständige.

$$(?rot, \qquad , \qquad) \xrightarrow{({}_1S_1A_2)} (0, \qquad + \qquad , \qquad)$$

$$\xrightarrow{({}_2S_2A_3)} (0, 0, \qquad + \qquad + \qquad)$$

b) Peter schlägt Lisa vor, bei den Fragezeichen jeweils die Registernummer zu notieren. Führe seinen Vorschlag aus.

In den letzten Aufgaben haben wir überlegt, wie wir in der Tupelschreibweise über Zahlen in den Registern reden können, ohne dass wir darauf Bezug nehmen, wie diese heißen. Wir haben mehrere Schreibweisen entwickelt, mit denen wir über beliebige Registerinhalte verfügen können, um die Wirkung von Befehlsketten darzustellen.
Die Mathematiker haben sich x_1, x_2, x_3, x_4 als Namen für beliebige Zahlen ausgedacht. Wenn man etwas für beliebige Zahlen aufschreiben will, dann geht man so vor, wie wir es gemacht haben: man nimmt Buchstaben als Namen für beliebige Zahlen und nennt diese Buchstaben dann **Variablen** für Zahlen oder **Platzhalter** für Zahlen.
Wenn man die Wirkung von Befehlsketten mit passend gewählten Variablen beschreibt, hat man auch dann einen guten Überblick, wenn man keine farbigen Darstellungen verwendet.
Tupelprotokolle mit Variablen eignen sich auch gut dazu, aufzuschreiben, zu welchem Problem eine Befehlskette für Robbi erfunden werden soll.

Kapitel 4: Anweisungen und Funktionen

In den ersten drei Kapiteln haben wir uns Anweisungen ausgedacht. Damit sollte Robbi für uns Rechnungen durchführen, beispielsweise eine Zahl verdoppeln: $({}_1S_1A_2A_2)$. In Zukunft sagen wir dafür „Die Anweisung $({}_1S_1A_2A_2)$ berechnet die **Funktion**[1] Verdoppeln“. Wenn uns jemand fragt, was wir unter „Verdoppeln“ verstehen, dann können wir ihm das so erklären:

$$Verdoppeln : (x_1) \longrightarrow (0, 2 \cdot x_1) \ .$$

Dieser Schreibweise können Kundige entnehmen, dass die Funktion $Verdoppeln$ angewendet auf x_1 das Ergebnis $2 \cdot x_1$ liefert. Wir sagen dafür „Die Funktion $Verdoppeln$ angewendet auf das **Argument** x_1 hat den **Funktionswert** $2 \cdot x_1$“.

Oft nehmen Mathematiker als Namen für Funktionen nur einen kleinen Buchstaben, wie f, g, h oder auch v. Dann verkürzt sich der Satz zu:
„Die Funktion v angewendet auf das Argument x_1 hat den Funktionswert $2 \cdot x_1$“.
Der Begriff „Funktion“ spielt in der Mathematik eine große Rolle. Du wirst ihn auch in den kommenden Schuljahren in vielen Mathematikstunden benutzen. Weil er ein grundlegender, häufig benutzer Begriff ist, haben sich die Mathematiker eine noch einfachere Schreibweise zur Erklärung von Funktionen ausgedacht:

$$v(x_1) = 2 \cdot x_1$$

Man nennt eine solche Gleichung eine **Funktionsgleichung**. Diese Funktionsgleichung liest man „ v von x_1 $gleich$ $2 \cdot x_1$ “.

★ **Aufgabe 4.1** a) In diesem Aufgabenteil beschäftigen wir uns mit der Funktion $Verdreifachen$. Als Namen wählen wir d. Fülle folgende Tabelle aus:

Tupelschreibweise	Funktionsgleichung
$(x_1) \longrightarrow (0, 3 \cdot x_1)$	
	$d(x_1) = 3 \cdot x_1$
	$d(16) = 3 \cdot 16$

[1] Das Wort „Funktion“ kommt vom lateinischen Wort „fungi“. Dies bedeutet „ausführen“ oder verrichten“. Der Mathematiker Gottfried Wilhelm Leibniz hat dieses Wort 1692 in die Mathematik eingeführt.